

Chapitre 19 : Théorème de Thalès

I – Théorème de Thalès

1) Énoncé

Théorème : Si dans un triangle ABC, M est un point de la demi – droite [AB), N un point de demi droite [AC) et si de plus (MN et (BC) sont parallèles , alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



2) Application : Calculer la longueur d'un segment

Exemple :

STR est un triangle tel que :

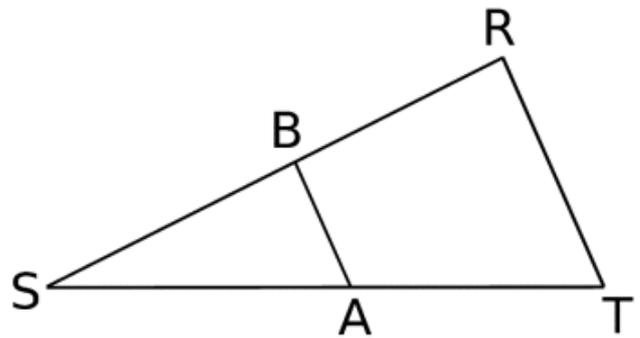
$$SA = 4 \text{ cm}$$

$$ST = 15 \text{ cm}$$

$$AB = 2,4 \text{ cm}$$

$$SR = 7,5 \text{ cm}$$

De plus (AB) // (RT).



On sait que B appartient à [SR], que A appartient à [ST] et que (AB) // (RT)

Or d'après le théorème de Thalès on a : $\frac{SB}{SR} = \frac{SA}{ST} = \frac{BA}{RT}$

En remplaçant par les données de l'énoncé on a : $\frac{SB}{7,5} = \frac{4}{15} = \frac{2,4}{RT}$

$$\text{Donc } SB = \frac{4 \cdot 7,5}{15} = 2 \text{ cm} \quad \text{et } RT = \frac{2,4 \cdot 15}{4} = 9 \text{ cm.}$$

II – Agrandissement, réduction

Définition : Quand deux figures F et F' ont la même forme et que les longueurs des côtés de F' sont proportionnelles à celles de F, on dit que :

F' est un agrandissement de F si le coefficient de proportionnalité est supérieur à 1

F' est une réduction de F si le coefficient de proportionnalité est inférieur à 1

Ce coefficient est appelé le rapport d'agrandissement ou réduction.

Exemple :

Voici les mesures de la figure ci-contre :

$$AB = 6 \text{ cm}$$

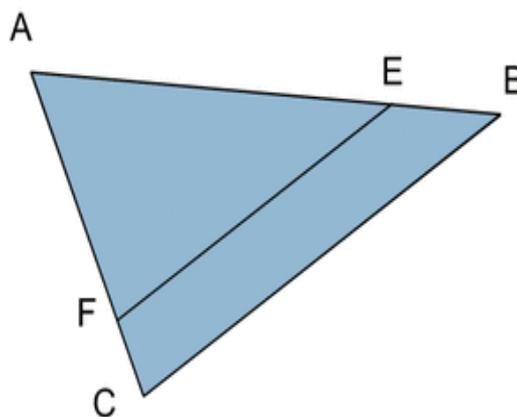
$$AC = 4 \text{ cm}$$

$$BC = 5 \text{ cm}$$

$$AE = 4,2 \text{ cm}$$

$$AF = 2,8 \text{ cm}$$

$$EF = 3,5 \text{ cm}$$



Le triangle AEF est – il une réduction du triangle ABC ?

$$\frac{AE}{AB} = \frac{4,2}{6} = 0,7$$

$$\frac{AF}{AC} = \frac{2,8}{4} = 0,7$$

$$\frac{EF}{BC} = \frac{3,5}{5} = 0,7$$

Les trois rapports sont égaux, le triangle AEF est une réduction du triangle ABC.

Propriété : Dans un agrandissement ou une réduction, les mesures des angles et le parallélisme sont conservés.