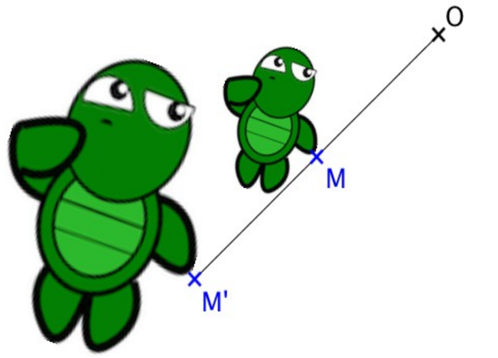
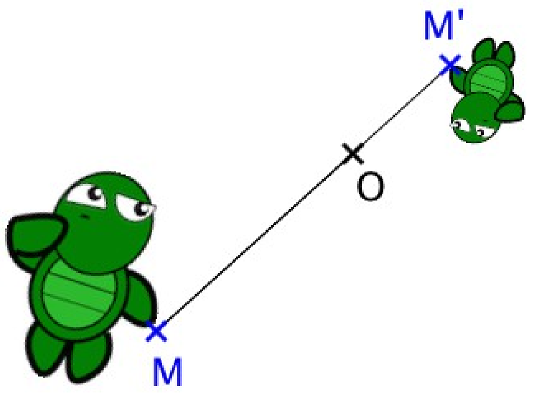
Chapitre 10 : Transformation du plan (2ème partie)

I – Homothétie

1) Homothétie de rapport positif

M’ est l’image de M par l’homothétie de **centre O** et de **rapport 2** signifie que : - O, M et M’ sont alignés - M et M’ sont du même côté par rapport à O. - OM’ = **2** x OM	

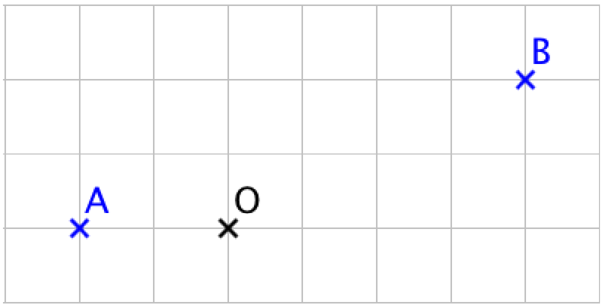
2) Homothétie de rapport négatif

M’ est l’image de M par l’homothétie de **centre O** et de **rapport -0,5** signifie que : - O, M et M’ sont alignés - M et M’ ne sont pas du même côté par rapport à O. - OM’ = **0,5** x OM	

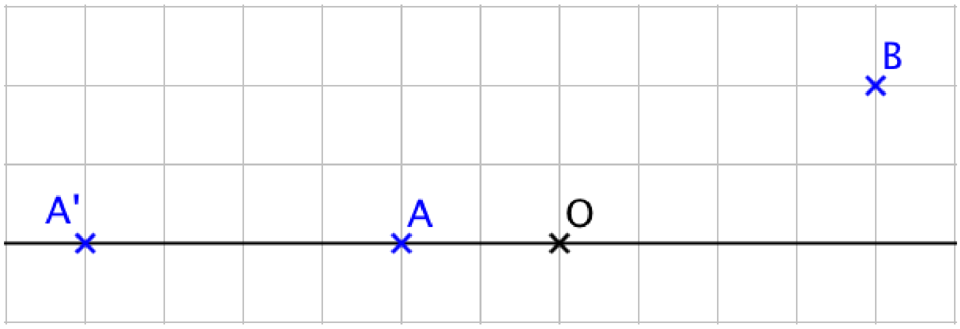
Deux figures homothétiques sont une réduction ou un agrandissement l’une de l’autre.

Méthode : Construire l'image d'un point par une homothétie

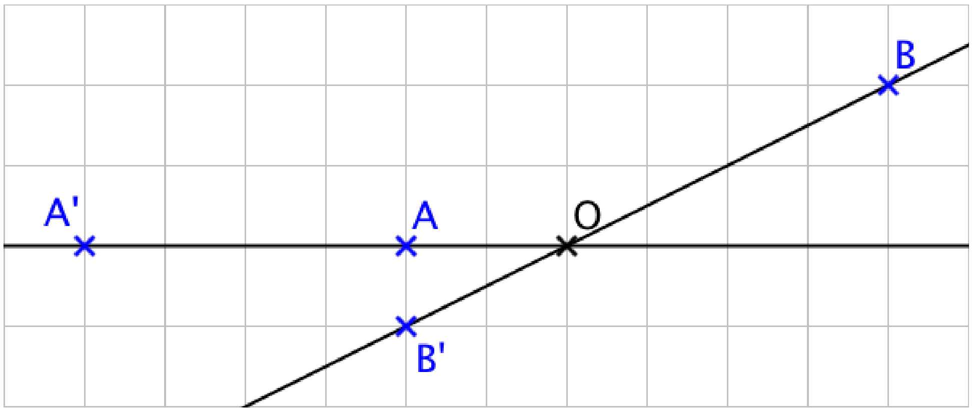
1) Construire l'image du point A par l'homothétie de centre O et de rapport 3.
2) Construire l'image du point B par l'homothétie de centre O et de rapport -0,5.



1) - On trace la droite (OA).
- L'image A' de A se trouve du même côté que A par rapport au point O.
- OA' = 3 x OA.

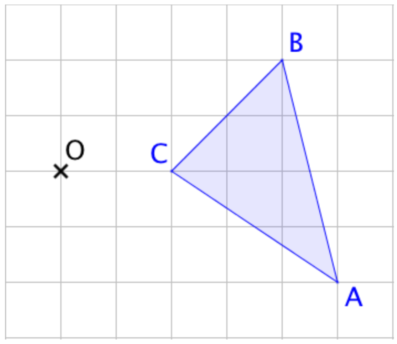


2) - On trace la droite (OB).
- L'image B' de B se trouve de l'autre côté de B par rapport au point O.
- OB' = 0,5 x OB.



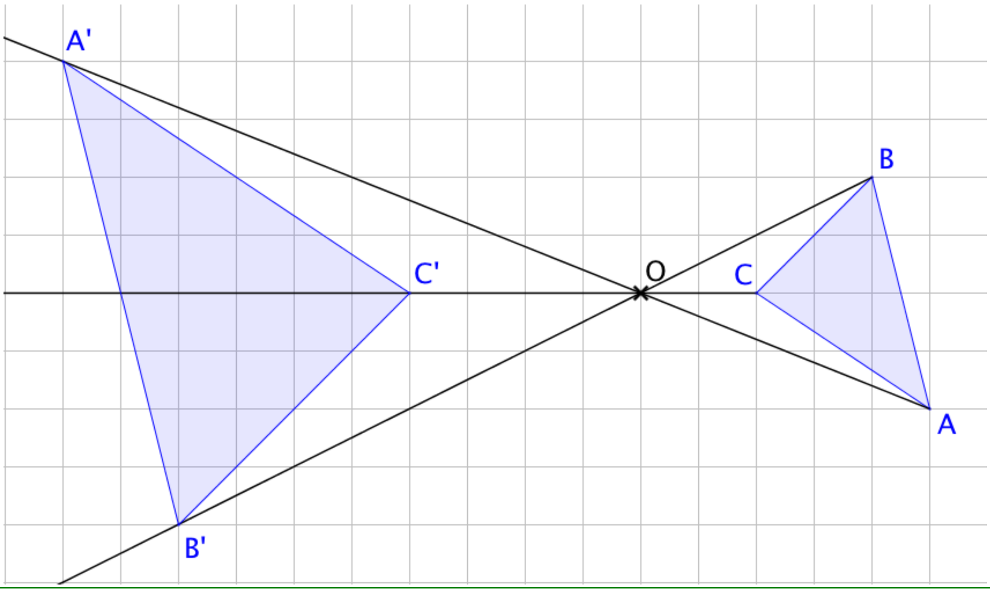
Méthode : Construire l'image d'une figure par une homothétie

Construire l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport -2.



On construit respectivement les symétriques A', B' et C' de A, B et C par l'homothétie de centre O et de rapport -2.
Pour construire A' par exemple :
- On trace la droite (OA).
- L'image A' de A se trouve de l'autre côté de A par rapport au point O.
- OA' = 2 x OA.

On fait de même pour construire B' et C'.



II – Agrandissement – réduction

Définition : Quand deux figures F et F ' ont la même forme et que les longueurs des côtés de F' sont proportionnelles à celles de F, on dit que :

F' est un agrandissement de F si le coefficient de proportionnalité est supérieur à 1.

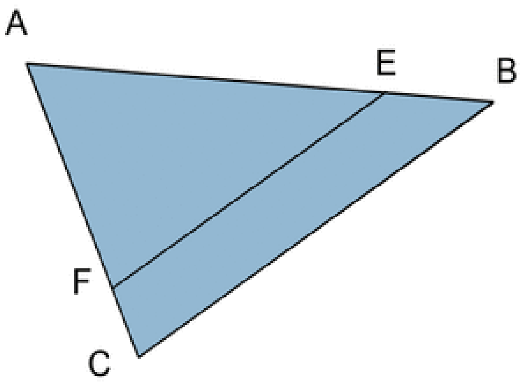
F' est une réduction de F si le coefficient de proportionnalité est inférieur à 1

Ce coefficient est appelé le rapport d'agrandissement ou réduction.

Exemple :

<table>
<tr>
<td>Voici les mesures de la figure ci-contre :

AB = 6 cm   AC = 4 cm   BC = 5 cm

AE = 4,2 cm   AF = 2,8 cm   EF = 3,5 cm</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Le triangle AEF est – il une réduction du triangle ABC ?

$\frac{AE}{AB}=\frac{4,2}{6}=0,7$ $\frac{AF}{AC}=\frac{2,8}{4}=0,7$ $\frac{EF}{BC}=\frac{3,5}{5}=0,7$

Les trois rapports sont égaux, le triangle AEF est une réduction du triangle ABC.</td>
</tr>
</table>

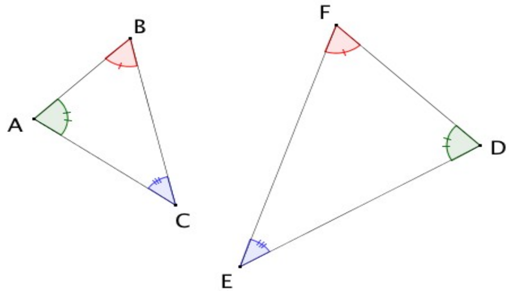
III – Triangles semblables

1) Définition

Définition : On appelle triangles semblables des triangles qui ont des angles deux à deux égaux.

Exemple :
Les triangles ABC et DEF sont semblables, en effet :

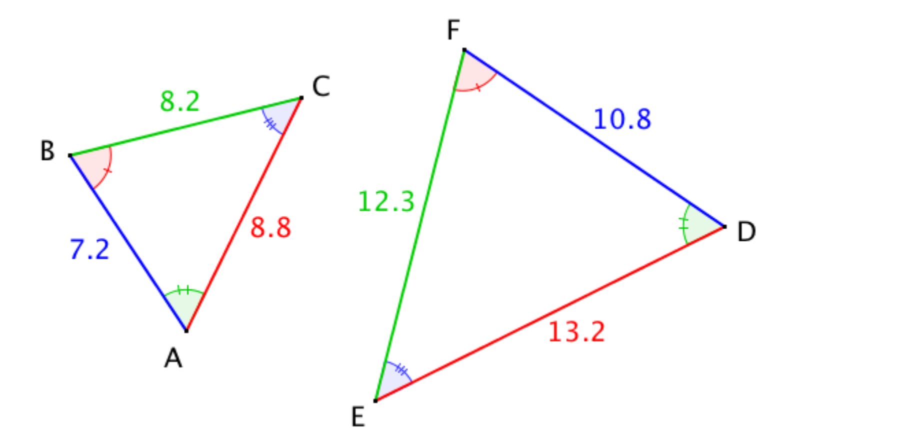
$\widehat{ABC} = \widehat{DFE}$ $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$ $\widehat{ACB} = \widehat{DEF}$



Dans la pratique :
Pour montrer que deux triangles sont semblables, il suffit de s'assurer que deux couples d'angles sont égaux deux à deux. En effet, d'après la règle des 180°, le dernier couple d'angles le sera également.

2) Propriété

Exemple :
Les triangles ABC et DEF sont semblables.
Les côtés du triangle ABC sont proportionnels aux côtés du triangle DEF.



On fait correspondre deux à deux les côtés opposés à deux angles égaux.
Dans deux triangles semblables,les côtés opposés à des angles égaux sont appelés « côtés homologues ».

Côtés de DEF	DF = 10,8	EF = 12,3	ED = 13,2
Côtés de ABC	AB = 7,2	BC = 8,2	AC = 8,8
	↑ Opposé à l'angle bleu	↑ Opposé à l'angle vert	↑ Opposé à l'angle rouge

On constate ainsi que : $\frac{10,8}{7,2} = \frac{12,3}{8,2} = \frac{13,2}{8,8} = 1,5$