

Chapitre 13 : Notions de fonctions

I) Notations et vocabulaire

1) Définition

Définition : Une fonction f est un procédé qui à chaque valeur de x associe un **unique** nombre que l'on note $f(x)$. (On lit « f de x »)

x est appelé la variable

$f(x)$ est la valeur prise par la fonction f pour la valeur x .

Notation : $f : x \mapsto f(x)$ on lit « la fonction f qui à x associe $f(x)$ »

Exemple : A un nombre, on associe le carré de ce nombre.

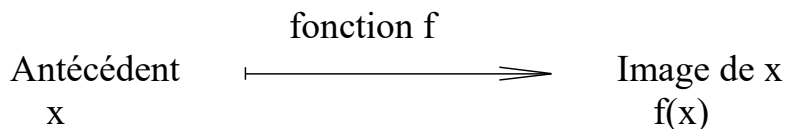
On définit ainsi une fonction car il n'y a qu'un seul résultat possible pour le carré d'un nombre donné.

On note : $f : x \mapsto x^2$. Cette fonction f est définie par $f(x) = x^2$

2) Image et antécédent

Définition : Soit une fonction $f : x \mapsto f(x)$. On dit que :

- le nombre $f(x)$ est **l'image** de x par la fonction f .
- x est **un antécédent** de $f(x)$ par la fonction f .



Exemple : Pour la fonction f définie par $f(x) = x^2$:

- 9 est **l'image** de 3 par la fonction f , ce que l'on note $f(3) = 9$
- 3 est **un antécédent** de 9 par la fonction f .

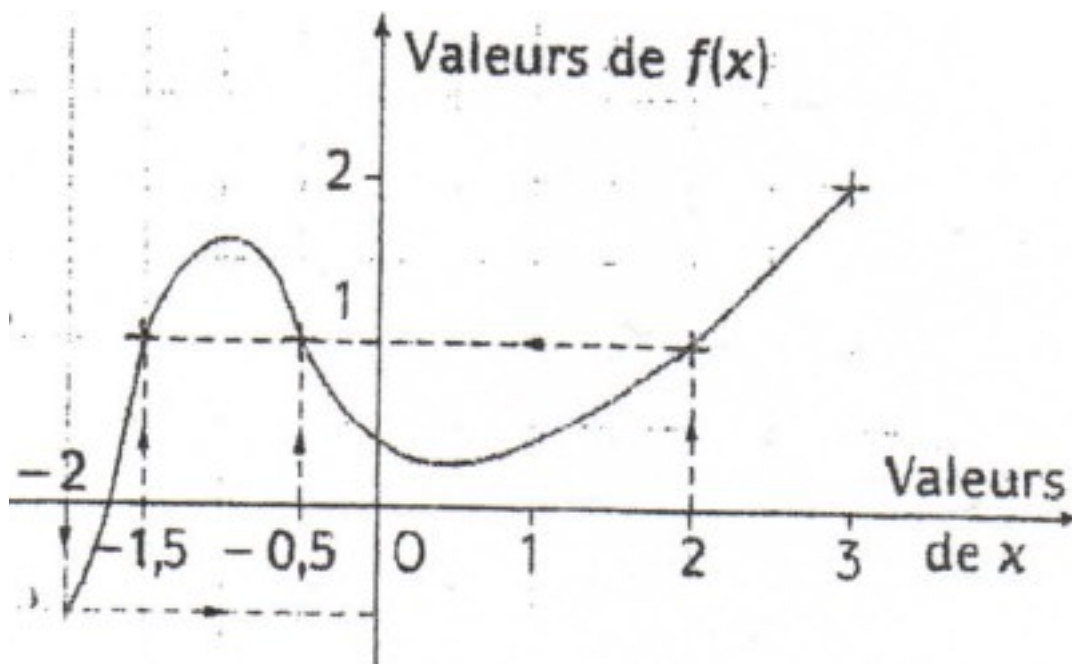
Attention : 9 a plusieurs antécédents par la fonction f :

-3 est aussi un antécédent de 9.

9 a deux antécédents par la fonction f : 3 et -3.

II) Détermination d'une fonction

1) Par un graphique



- Ce graphique définit une fonction f qui à chaque nombre x compris entre -2 et 3 (lus sur l'axe des abscisses), associe un nombre $f(x)$ (lu sur l'axe des ordonnées).
- Dans certains cas, précisés sur le graphique (par une croix et des traits pointillés), les valeurs lues sont exactes, **mais le plus souvent il ne s'agit que de valeurs approchées.**

Exemples :

- **Quel est l'image de 2 ?**

Méthode : On place 2 sur l'axe des abscisses, on se déplace «verticalement» jusqu'à la courbe. Ensuite, on se déplace «horizontalement» jusqu'à l'axe des ordonnées. Ce trajet aboutit à 1 sur l'axe des ordonnées. On conclut : par lecture graphique, l'image de 2 par f est 1

- **Quels sont les antécédents de 1 ?** (les nombres dont l'image est 1)

Méthode : On place 1 sur l'axe des ordonnées, on se déplace «horizontalement» jusqu'à la courbe. Ensuite, on se déplace «verticalement» jusqu'à l'axe des abscisses. Ce trajet aboutit à 3 nombres sur l'axe des abscisses.

On conclut, par lecture graphique, les antécédents de 1 sont $-1,5$; $-0,5$ et 2

- **Quel est l'image de -2 ?**

Le graphique ne permet pas de donner la valeur exacte de l'image de -2 : on lit une valeur approchée. On conclut, par lecture graphique, l'image de -2 par f est environ $-0,7$

Définition :

La **courbe représentative** d'une fonction f est l'**ensemble des points** dont les coordonnées sont de la forme $(x ; f(x))$.

2) Par un tableau de valeurs

Nombre x	0	1	2	3	4	5	antécédents
f(x)	-5	-3	0	5,2	0	7	images

Ce tableau définit une fonction f qui,
à chaque nombre de la 1^{ère} ligne associe un nombre de la 2^{ème} ligne.

Exemples :

En utilisant le tableau, on peut dire que l'image de 3 est 5,2. $f(3) = 5,2$

En utilisant le tableau, on peut dire que les antécédents de 0 sont 2 et 4
car $f(2) = 0$ et $f(4) = 0$



3) Par une formule littérale

Lorsqu'une fonction f est définie par une formule, on peut calculer précisément les valeurs de f(x) pour les valeurs envisagées du nombre x.

Exemple : Soit la fonction $f: x \mapsto 4x + 3$

- Pour calculer l'image de -2:
$$\begin{aligned} h(-2) &= 4 \times (-2) + 3 \\ &= -8 + 3 \\ &= -5 \end{aligned}$$

L'image de -2 par la fonction h est -5

- Pour calculer les antécédents de 11 :

On cherche x tel que $f(x) = 11$ c'est à dire $4x + 3 = 11$

$$4x = 11 - 3$$

$$4x = 8$$

$$x = \frac{8}{4} \quad \text{donc} \quad x = 2$$

L'antécédent de 11 par la fonction h est 2.

