

Chapitre 13 : Puissances

I - Puissance d'un nombre avec un exposant positif

1) Définition

Définition :

Quel que soit le nombre a et quel que soit l'entier n supérieur à 1 :

$$a^n = a \times a \times \dots \times a \quad (n \text{ facteurs})$$

a^n se lit « a exposant n » : c'est une puissance de a .

Par convention, $a^1 = a$ et $a^0 = 1$ (pour $a \neq 0$).



Exemples :

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$

$$(-5) \times (-5) \times (-5) = (-5)^3$$

Cas particuliers : $a^0 = 1$

$$a^1 = a$$

a^2 se lit « a au carré »

a^3 se lit « a au cube »



II - Puissance d'un nombre avec un exposant négatif

1) Définition

Définition : Quel que soit le nombre a non nul et quel que soit l'entier n :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a \times a \times \dots \times a}$$

a^{-n} désigne l'inverse de a^n .



Exemples : $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{16}$ $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2)} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$

Cas particulier : $a^{-1} = \frac{1}{a}$, c'est donc l'inverse de a . ($3^{-1} = \frac{1}{3}$)

III – Calculer avec des puissances

1) Règle de priorité

Pour calculer une expression, voici l'ordre de priorité des calculs :

- les calculs entre parenthèses
- la puissance
- multiplication et division (au même niveau)
- addition et soustraction (au même niveau)

Exemples :

<ul style="list-style-type: none">• $E = 7 - 5 \times 4^2$ $E = 7 - 5 \times 16$ $E = 7 - 80$ $E = -73.$	<ul style="list-style-type: none">• $F = 2 \times [7 : 10^2 - (-2)^3]$ $F = 2 \times [7 : 100 - (-8)]$ $F = 2 \times [0,07 + 8]$ $F = 2 \times 8,07$ $F = 16,14.$
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

2) Règle de calcul

Calcul littéral	Exemple numérique
<p>a désigne un nombre relatif.</p> $a^2 \times a^3 = \underbrace{a \times a}_{2 \text{ facteurs}} \times \underbrace{a \times a \times a}_{3 \text{ facteurs}} = a^5$ <p>5 facteurs égaux à a</p>	$5^2 \times 5^3 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$
<p>a désigne un nombre relatif non nul.</p> $\frac{a^2}{a^5} = \frac{\cancel{a} \times \cancel{a}}{\cancel{a} \times \cancel{a} \times a \times a \times a} = \frac{1}{a \times a \times a} = \frac{1}{a^3} = a^{-3}$	$\frac{(-2)^2}{(-2)^5} = \frac{\cancel{(-2)} \times \cancel{(-2)}}{\cancel{(-2)} \times \cancel{(-2)} \times (-2) \times (-2) \times (-2)} = \frac{1}{(-2)^3} = (-2)^{-3}$
<p>a et b représentent deux nombres relatifs.</p> $(ab)^2 = ab \times ab = a \times a \times b \times b = a^2 b^2$	$(3x)^2 = 3x \times 3x = 3 \times 3 \times x \times x = 9x^2$