

Chapitre 17 : Égalité et notion d'équation


I- Égalité

Définition: Une égalité comporte deux expressions séparées par un signe =

Propriété: Une égalité est vraie lorsque ses deux membres ont la même valeur.

<p><i>Exemple 1:</i> premier membre second membre</p> $2 + 5 \times 3 = \quad 5 \times 4 - 3 =$ <p>Les deux membres ont la même valeur, Donc l'égalité $2 + 5 \times 3 = 5 \times 4 - 3$ est vraie.</p>	<p><i>Exemple 2:</i> premier membre second membre</p> $5x + 3x = \quad 8x$ <p>Pour toute valeur du nombre x, les deux membres ont la même valeur. Cette égalité est toujours vraie.</p>
--	--

II- Tester une égalité - notion d'équation

<p>Propriété : Pour tester une égalité, on remplace chaque lettre identique par une même valeur, et on indique si l'égalité est vraie ou fausse pour cette valeur.</p>	
---	--

Exemple: On considère l'égalité: $3x + 6 = 5x - 4$

Testons cette égalité:	1er membre:	2nd membre:	$3x + 6 = 5x - 4$ égalité vraie ou fausse?
pour $x = 3$	$3x + 6$	$5x - 4$	
pour $x = 5$			
pour $x = 6$			

Vocabulaire:

Une égalité telle que $3x + 6 = 5x - 4$, vraie pour certaines valeurs de x est appelée **une équation**.

Les valeurs de x pour lesquelles l'égalité $3x + 6 = 5x - 4$ est vraie, sont **les solutions de l'équation**.

Exemple : est une solution de l'équation $3x + 6 = 5x - 4$; et ne sont pas solutions.

<p>Définition : Une équation à une inconnue est une égalité dans laquelle intervient un nombre dont on ne connaît pas la valeur . Ce nombre inconnu est souvent désigné par une lettre.</p> <p>Résoudre une équation à une inconnue, c'est trouver toutes les valeurs possibles de cette inconnue.</p> <p>Un nombre qui vérifie l'égalité est une solution de l'équation.</p>

III - Résoudre une équation à une inconnue

Propriété :

Une égalité reste vraie lorsque l'on ajoute (ou l'on soustrait) un même nombre à chacun de ses membres.

Exemple :

On a l'égalité : $x - 5 = 3$

On ajoute 5 à chacun de ses membres.

$$x - 5 + 5 = 3 + 5$$

On obtient l'égalité : $x = 8$

On a l'égalité : $x + 6 = 1$

On ajoute -6 à chacun de ses membres.

$$x + 6 - 6 = 1 - 6$$

On obtient l'égalité : $x = -5$

Propriété :

Une égalité reste vraie lorsque l'on multiplie (ou l'on divise) chacun de ses membres par un même nombre non nul.

Exemple :

On a l'égalité : $\frac{x}{4} = -3$

On multiplie par 4 chacun de ses membres.

$$\frac{x}{4} \times 4 = -3 \times 4$$

On obtient l'égalité : $x = -12$

On a l'égalité : $-3x = 15$

On divise par -3 chacun de ses membres.

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{15}{-3}$$

On obtient l'égalité : $x = -5$

Méthode de résolution d'une équation

1ère étape : Mettre tous les x du même côté (soit à droite, soit à gauche).

2ème étape : Mettre tous les nombres sans x du même côté (mais pas le même côté que les x).

3ème étape : Enlever le nombre devant le x.



Exemple : Résous l'équation $7x + 2 = 4x + 9$.

$$7x + 2 = 4x + 9$$
$$7x + 2 - 4x = 4x + 9 - 4x$$



On élimine les termes en x dans le membre de droite en retranchant $4x$ aux deux membres.

$$3x + 2 = 9$$
$$3x + 2 - 2 = 9 - 2$$



On isole le terme en x dans le membre de gauche en retranchant 2 aux deux membres.

$$3x = 7$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{7}{3}$$
$$x = \frac{7}{3}$$



On cherche la valeur de l'inconnue x en divisant les deux membres par 3 .

Ainsi $7x + 2 = 4x + 9$ pour l'unique solution $x = \frac{7}{3}$.