

# Chapitre 20 : Probabilité

## I – Vocabulaire

- Chaque résultat possible d'une **expérience** est appelée une **issue**.

**Exemple** : On lance un dé. Les issues possibles sont :  $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$

- Une expérience est dite **aléatoire** lorsque il y plusieurs résultats ou issues possibles et que l'on ne peut pas prévoir le résultat.

- Un **événement** est constitué d'une ou de plusieurs issues de l'expérience aléatoire.

**Exemple** : « obtenir un nombre pair en lançant un dé » est un événement réalisé avec les issues  $\{2 ; 4 ; 6\}$

- Un événement réalisé par une seule issue est un **événement élémentaire**.



**Exemple** : « Obtenir un nombre inférieur ou égale à 1 » est un événement réalisé avec l'issue  $\{1\}$

- Deux **événements** sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se réaliser simultanément.

- L'**événement contraire** de A est l'événement qui se réalise quand A n'est pas réalisé.

On le note «  $\bar{A}$  ».

**Exemples** : on réalise les 3 expériences suivantes (avec des objets tous équilibrés) :

La pièce de monnaie	Le dé à 6 faces
On lance <b>une pièce de monnaie</b> et on regarde sa face supérieure.	On lance <b>un dé à 6 faces</b> et on regarde le nombre de points inscrits sur sa face supérieure.
	
Cette expérience admet <b>2 issues</b> : pile et face.	Cette expérience admet <b>6 issues</b> : 1 , 2 , 3 , 4 , 5 et 6.
« <i>obtenir pile</i> » est un <b>événement élémentaire</b>	« <i>obtenir 4</i> » est un <b>événement élémentaire</b>
Si on lançait la pièce un très grand nombre de fois, on obtiendrait « pile » environ 1 fois sur 2	Si on lançait le dé un très grand nombre de fois, on obtiendrait « 4 » environ 1 fois sur 6
<b>Événement certain</b> : « <i>obtenir pile ou face</i> »	<b>Événement impossible</b> : « <i>obtenir 7</i> »
<b>Événements contraires</b> : « <i>obtenir pile</i> » et « <i>obtenir face</i> »	<b>Événements incompatibles</b> : A : « <i>obtenir 1</i> » et B : « <i>obtenir un nombre pair</i> »

## II - Notion de probabilité

**Définition :** Lorsqu'on répète un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement E se stabilise en se rapprochant d'une valeur fixe (la « fréquence théorique »).

Cette valeur, notée  $p(E)$ , est appelée **probabilité** de l'événement E.

### Propriétés :

- Une probabilité est un **nombre compris entre 0 et 1**.
- La probabilité d'un **événement certain** (événement qui se réalise à coup sûr) est égale à 1.
- La probabilité d'un **événement impossible** (événement qui ne peut pas se réaliser) est égale à 0.
- La somme des probabilités de tous les événements élémentaires est égale à 1.

**Définition :** Lorsque tous les événements élémentaires ont la même probabilité de se réaliser, on dit qu'il y a **équiprobabilité**.

**Propriété :** Dans le cas où il y a équiprobabilité, la probabilité d'un événement E est :

$$p(E) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à E}}{\text{nombre d'issues possibles}}$$

**Exemple :** On lance un dé équilibré. Soit P l'événement : "Obtenir un nombre pair". Les issues possibles sont : {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}

Les issues favorables à P sont : {2; 4; 6}. Donc  $p(P) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$



**Propriété :** Si deux événements A et B sont incompatibles, alors la probabilité de l'événement « réaliser l'événement A ou l'événement B » est :  $p(A \text{ ou } B) = p(A) + p(B)$

**Propriété :** On a  $p(A) + p(\bar{A}) = 1$

**Conséquence :**  $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

**Exemple :** L'événement I : "obtenir un nombre impair" est l'événement contraire de l'événement "Obtenir un nombre pair". Donc  $p(I) = p(\bar{P}) = 1 - p(P) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

### III - Expérience à deux étapes

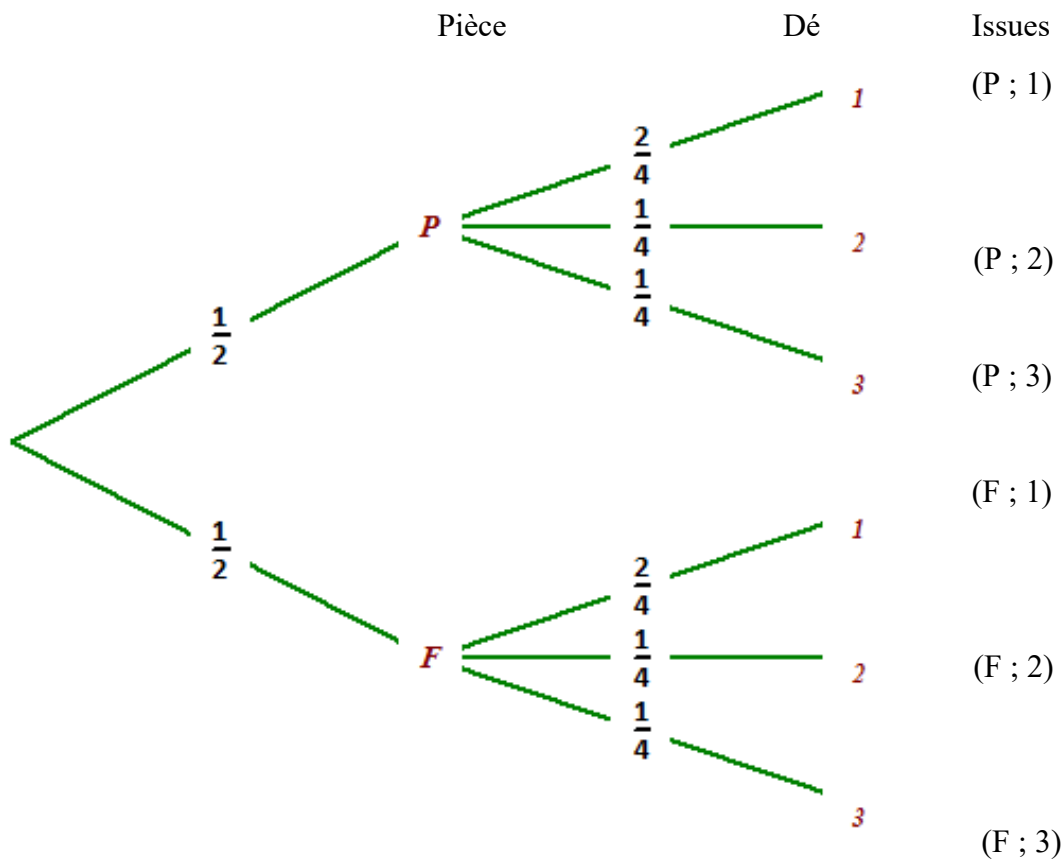
**Exemple** : on lance une pièce de monnaie, puis dans un deuxième temps, un dé à 4 faces numérotées 1, 1, 2 et 3.

**Exemples d'issues possibles** : P puis 3, notée (P ; 3) ou F puis 1, notée (F ; 1) .....

On représente ce type d'expérience à deux étapes par un arbre.

On appelle **branche** chacun des segments qui le composent.

Si on complète les branches de l'arbre en notant leur probabilité, on obtient alors un arbre pondéré



**Propriété** : Pour obtenir la probabilité d'une issue, il suffit de faire le produit des probabilités des branches qui mènent à cette issue.

**Exemple** : la probabilité de l'issue (F ; 2) est :  $p ( F ; 2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$