

Chapitre 20 : Probabilité

I – Vocabulaire

- Chaque résultat possible d'une **expérience** est appelée une **issue**.

Exemple : On lance un dé. Les issues possibles sont : $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$

- Une expérience est dite **aléatoire** lorsque il y plusieurs résultats ou issues possibles et que l'on ne peut pas prévoir le résultat.

- Un **événement** est constitué d'une ou de plusieurs issues de l'expérience aléatoire.

Exemple : « obtenir un nombre pair en lançant un dé » est un événement réalisé avec les issues $\{2 ; 4 ; 6\}$

- Un événement réalisé par une seule issue est un **événement élémentaire**.



Exemple : « Obtenir un nombre inférieur ou égale à 1 » est un événement réalisé avec l'issue $\{1\}$

- Deux **événements** sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se réaliser simultanément.

- L'**événement contraire** de A est l'événement qui se réalise quand A n'est pas réalisé.

On le note « \bar{A} ».

Exemples : on réalise les 3 expériences suivantes (avec des objets tous équilibrés) :

La pièce de monnaie	Le dé à 6 faces
On lance une pièce de monnaie et on regarde sa face supérieure.	On lance un dé à 6 faces et on regarde le nombre de points inscrits sur sa face supérieure.
	
Cette expérience admet 2 issues : pile et face.	Cette expérience admet 6 issues : 1 , 2 , 3 , 4 , 5 et 6.
« <i>obtenir pile</i> » est un événement élémentaire	« <i>obtenir 4</i> » est un événement élémentaire
Si on lançait la pièce un très grand nombre de fois, on obtiendrait « pile » environ 1 fois sur 2	Si on lançait le dé un très grand nombre de fois, on obtiendrait « 4 » environ 1 fois sur 6
Événement certain : « <i>obtenir pile ou face</i> »	Événement impossible : « <i>obtenir 7</i> »
Événements contraires : « <i>obtenir pile</i> » et « <i>obtenir face</i> »	Événements incompatibles : A : « <i>obtenir 1</i> » et B : « <i>obtenir un nombre pair</i> »

II - Notion de probabilité

Définition : Lorsqu'on répète un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement E se stabilise en se rapprochant d'une valeur fixe (la « fréquence théorique »).

Cette valeur, notée $p(E)$, est appelée **probabilité** de l'événement E.

Propriétés :

- Une probabilité est un **nombre compris entre 0 et 1**.
- La probabilité d'un **événement certain** (événement qui se réalise à coup sûr) est égale à 1.
- La probabilité d'un **événement impossible** (événement qui ne peut pas se réaliser) est égale à 0.
- La somme des probabilités de tous les événements élémentaires est égale à 1.

Définition : Lorsque tous les événements élémentaires ont la même probabilité de se réaliser, on dit qu'il y a **équiprobabilité**.

Propriété : Dans le cas où il y a équiprobabilité, la probabilité d'un événement E est :

$$p(E) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à E}}{\text{nombre d'issues possibles}}$$

Exemple : On lance un dé équilibré. Soit P l'événement : "Obtenir un nombre pair". Les issues possibles sont : {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}

Les issues favorables à P sont : {2; 4; 6}. Donc $p(P) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$



Propriété : Si deux événements A et B sont incompatibles, alors la probabilité de l'événement « réaliser l'événement A ou l'événement B » est : $p(A \text{ ou } B) = p(A) + p(B)$

Propriété : On a $p(A) + p(\bar{A}) = 1$

Conséquence : $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

Exemple : L'événement I : "obtenir un nombre impair" est l'événement contraire de l'événement "Obtenir un nombre pair". Donc $p(I) = p(\bar{P}) = 1 - p(P) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

III - Expérience à deux étapes

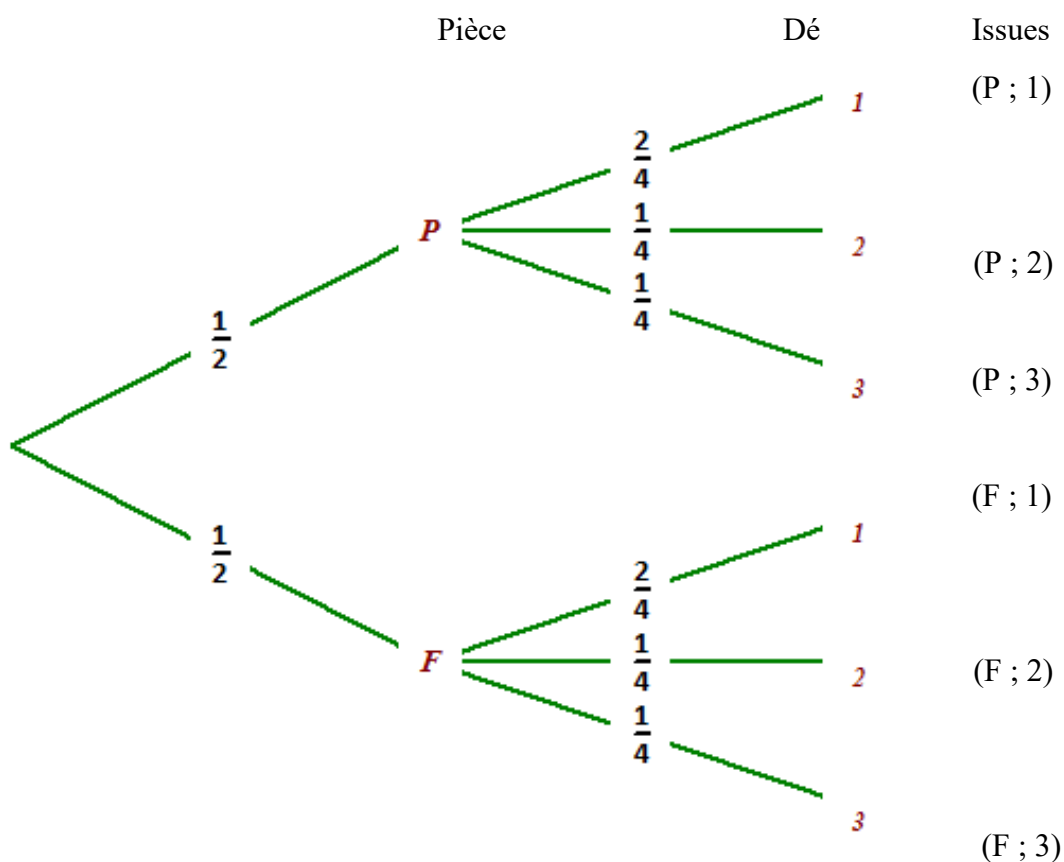
Exemple : on lance une pièce de monnaie, puis dans un deuxième temps, un dé à 4 faces numérotées 1, 1, 2 et 3.

Exemples d'issues possibles : P puis 3, notée (P ; 3) ou F puis 1, notée (F ; 1)

On représente ce type d'expérience à deux étapes par un **arbre**.

On appelle **branche** chacun des segments qui le composent.

Si on complète les branches de l'arbre en notant leur probabilité, on obtient alors un arbre pondéré



Propriété : Pour obtenir la probabilité d'une issue, il suffit de faire le produit des probabilités des branches qui mènent à cette issue.

Exemple : la probabilité de l'issue (F ; 2) est : $p (F ; 2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$