Chapitre 5 : Puissances

I - Puissances d'un nombre relatif

1) Exposant entier positif

Définition : a désigne un nombre relatif et n un entier positif non nul

a^n désigne le produit de n facteurs égaux : $a^n = a \times a \times \ldots \times a$ (n fois)

a^n est une puissance du nombre a et se lit « a exposant n ». Le nombre n s'appelle un exposant

Exemple : *3^4 est le produit de 4 facteurs égaux à 3.* $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

Cas particulier : $a^1 = a$ et pour $a \neq 0$, on convient que $a^0 = 1$

Exemple : $7^0 = 1$ *et* $7^1 = 7$

2) Exposant entier négatif

Définition : a désigne un nombre relatif non nul. n désigne un entier non nul.

a^{-n} désigne l'inverse de a : $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

Exemple : 2^{-3} *est l'inverse de* 2^3 *donc* $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{2 \times 2 \times 2} = \dfrac{1}{8}$

Cas particulier : Pour $a \neq 0$, a^{-1} est l'inverse de a : $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$

Exemple : 5^{-1} *est l'inverse de 5 donc* $5^{-1} = \dfrac{1}{5}$

3) Puissances de 10

Propriété : n désigne un entier positif $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{\text{n fois}} = 1\underbrace{00\ldots0}_{\text{n zéros}}$	$10^{-n} = \dfrac{1}{10^n} = \dfrac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{\text{n fois}}} = 0{,}\underbrace{00\ldots0}_{\text{n zéros}}1$	

Exemple : $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$ *et* $10^{-3} = \dfrac{1}{10 \times 10 \times 10} = \dfrac{1}{1000} = 0{,}001$

4) Écriture Scientifique

Définition :

L'écriture scientifique (ou notation scientifique) d'un nombre décimal est l'unique écriture de la forme a$\times 10^n$ avec $1 \leq$ a $<$ 10 et n un nombre entier relatif.

Exemple :

L'écriture scientifique de 7 300 000 est 7,3$\times 10^6$

L'écriture scientifique de 0,00 0064 est 6,4$\times 10^{-5}$

40$\times 10^{-2}$ *et 0,2*$\times 10^9$ *ne sont pas des écritures scientifiques.*

II – Propriétés sur les puissances

Propriétés : a désigne un nombre relatif non nul, n et p désignent deux nombres entiers relatifs.

- $a^n \times a^p = a^{n+p}$
- $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$
- $(a^n)^p = a^{n\times p}$

Exemples :

- $2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$
- $\frac{7^4}{7^3} = 7^{4-3} = 7^1$
- $(-8^4)^6 = (-8)^{4\times 6} = (-8)^{24}$
- $(-5)^{-3} \times (-5)^9 = (-5)^{-3+9} = (-5)^6$
- $\frac{3^3}{3^5} = 3^{3-5} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$
- $(9^{-2})^8 = 9^{-2\times 8} = 9^{-16}$

Propriétés :

a et b désignent deux nombres relatifs non nuls. n désigne un nombre entier relatif.

- $(ab)^n = a^n b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Exemples :

- $2^3 5^3 = (2\times 5)^3 = 10^3$
- $(-4x)^2$ = (-4)² × x² = 16x²
- $\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$

III - Priorités opératoires

Règle : Dans un calcul, on effectue dans l'ordre :

- Les calculs entre parenthèses ;
- Les puissances ;
- Les multiplications et les divisions ;
- Les additions et les soustractions

Exemple :

$A = 3 \times (5-3)^4 + 2 - 5^2$

$A = 3 \times 2^4 + 2 - 5^2$

$A = 3 \times 16 + 2 - 25$

$A = 48 + 2 - 25$

$A = 25$